

Einige Definitionen von Einheiten sind in der Physik unverzichtbar. Im Folgenden sollen diese Einheiten mit den zugehörigen Definitionsgleichungen zusammengefasst werden.

Grundgrößen

Grundgrößen sind solche Größen, die durch eine Messvorschrift definiert und daher in engeren Sinne nicht auf andere Größen zurückgeführt werden können. Die folgende Liste entspricht nicht ganz den aktuellen Definitionen, liefert aber ein praktisch anwendbares System von Einheiten.

Mechanische Grundgrößen				
Größe	Formelzeichen	Einheit		
Masse	m	1 kg		(Kilogramm)
Länge	l	1 m		(Meter)
Zeit	t	1 s		(Sekunde)
Elektrische Grundgrößen				
Größe	Formelzeichen	Einheit		
El. Stromstärke	I	1 A		(Ampère)

Abgeleitete Größen

Abgeleitete Größen sind Größen, die über Definitionsgleichungen aus den Grundgrößen entstehen. Meistens ist es einfacher, sich die Definitionsgleichung zu merken, da die Einheit daraus hergeleitet werden kann.

Abgeleitete mechanische Größen				
Größe	Formelzeichen	Definitionsgleichung	Einheit	Umrechnung
Kraft	F	$F = m \cdot a$	1 N	(Newton)
Arbeit, Energie	W bzw. E	$dW = F ds$	1 J	(Joule)
Abgeleitete elektrische Größen				
Größe	Formelzeichen	Definitionsgleichung	Einheit	Umrechnung
Ladungsmenge	q	$dq = I dt$	1 C	(Coulomb)
El. Spannung	U	$dU = \frac{dW}{q}$	1 V	(Volt)

Präfixe

Name	Präfix	Zehnerpotenz
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	k	10^3
Zenti	c	10^{-2}
Milli	m	10^{-3}
Mikro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Pico	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}

Ladungsmenge: Wir betrachten die Ladungsmenge q als Grundgröße (obwohl sie das nach der gültigen gesetzlichen Regelung nicht ist). Die elektrische Ladungsmenge q hat Mengeneigenschaften, ist transportierbar und teilbar.

Die Einheit der Ladungsmenge ist das *Coulomb*: $[q] = \text{I C}$.

Fließende elektrische Ladung ist elektrischer Strom. Die elektrische Stromstärke I beschreibt, wieviel Ladung pro Zeiteinheit fließt:

Elektrische Stromstärke: Die elektrische Stromstärke I ist definiert als der Quotient aus der Ladungsmenge dq und der Zeit dt , also

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Die Einheit der elektrischen Stromstärke ist das *Ampère*: $[I] = \text{I Cs}^{-1} = \text{I A}$.

Elektrische Ladung kann nur dann Arbeit verrichten, wenn positive und negative Ladungen getrennt sind. Die Arbeit pro Ladungseinheit, die die Ladungsträger verrichten können, wird als elektrische Spannung bezeichnet: Da mit elektrischer Spannung im Allgemeinen Arbeitsvermögen - also die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten - bezeichnet wird, reden wir eigentlich über Energie. Zur Erinnerung: Arbeit wird verrichtet (Prozessgröße), während Energie gespeichertes Arbeitsvermögen bezeichnet (Zustandsgröße).

Elektrische Spannung: Verfügt die Ladungsmenge dq in einem Zustand A gegenüber einem Zustand B über die Energie dE , so ist die elektrische Spannung zwischen den Punkten A und B gegeben durch

$$U = \frac{dW}{dq}.$$

Die Einheit der elektrischen Spannung ist das *Volt*: $[U] = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{C}} = 1 \text{ V}$

Ein Phänomen, das viele Erscheinungen der Elektrostatik beeinflusst, ist die *Influenz*. Unter Influenz versteht man die Verschiebung von Ladungen innerhalb eines Leiters unter dem Einfluss einer äußeren elektrischen Ladung. Dabei ist ein elektrischer Leiter durch die freie Verschiebbarkeit der elektrischen Ladungen gekennzeichnet. Auf Influenz beruht z.B. auch die Wirkungsweise eines *Faraday'schen Käfigs*: Das Innere eines metallischen Körpers ist feldfrei, da sich unter dem Einfluss eines äußeren Feldes die freien Ladungsträger so lange verschieben, bis der geladene und der neutrale (influenzierte) Körper sich wechselseitig beeinflussen: Auch die Ladungsverteilung auf dem geladenen Körper verändert sich unter dem Einfluss der influenzierten Ladungen, da die influenzierten Ladungen natürlich ein elektrisches Feld erzeugen!

Influenz kann definitionsgemäß nur in Leitern auftreten. In Nichtleitern beobachtet man ein ähnliches, allerdings erheblich schwächer ausgeprägtes Phänomen, das man als *Polarisation* bezeichnet. Unter Polarisation versteht man die scheinbare Verschiebung positiver und negativer Ladungen in einem Körper durch Ausrichtung der ortsfesten polaren Atome oder Verschiebung der Ladungsverteilung innerhalb der ortsfesten Atome eines Nichtleiters.

Elektrostatik II: Gesetze des Plattenkondensators

Zur Erzeugung ausgedehnter, homogener und konstanter elektrischer Felder verwendet man *Plattenkondensatoren*. Gleichzeitig eignen sich solche Plattenkondensatoren zur Speicherung von elektrischer Ladung. Zunächst definieren wir die Kapazität eines Leiterpaares, um die Gesetze des Plattenkondensators kompakter formulieren zu können.

Kapazität: Es sei U die Spannung zwischen zwei beliebig geformten, nicht leitend verbundenen Leitern und q und $-q$ seien die Ladungen auf den Leitern ($-q$ ggf. durch Influenz). Dann ist die Kapazität des Leiter definiert durch

$$C = \frac{q}{U}.$$

Die Einheit der Kapazität ist $[C] = 1 \frac{C}{V} = 1F$ (*Farad*)

Die feldverursachende Größe ist nicht primär die Ladungsmenge q auf den Platten etwa eines Plattenkondensators, sondern vielmehr die *Flächenladungsdichte* σ :

Flächenladungsdichte: Die Flächenladungsdichte ist definiert als der Quotient aus der Ladungsmenge q und der Fläche A , über die sich die Ladungsmenge homogen verteilt:

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

Einheit: $[\sigma] = 1 \frac{C}{m^2}$

Gesetze des Plattenkondensators: Zwei planparallele Platten mit dem Flächeninhalt A im geringen Abstand d bilden einen Plattenkondensator. Die Kapazität C des Plattenkondensators, dessen Innenraum mit einem *Dielektrikum* mit der *Dielektrizitätszahl* ϵ_r gefüllt ist, ist gegeben durch

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}.$$

Zwischen den Platten herrscht ein homogenes, konstantes elektrisches Feld mit der Feldstärke

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{q}{\epsilon_0 \epsilon_r A} = \frac{U}{d}.$$

ϵ_0 ist die elektrische Feldkonstante: $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$.

Schaltet man Kondensatoren parallel oder in Reihe, verändert sich die Kapazität.

Ersatzkapazität: Eine *Parallelschaltung* von Kondensatoren mit der Kapazität C_1, C_2 usw. hat die Ersatzkapazität

$$C_{ges} = C_1 + C_2 \dots$$

Eine *Reihenschaltung* von Kondensatoren mit der Kapazität C_1, C_2 usw. Hat die Ersatzkapazität

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

Zur Erzeugung ausgedehnter, homogener und konstanter elektrischer Felder verwendet man *Plattenkondensatoren* (siehe auch Physik im Überblick: Elektrostatik II). Die elementarste Form eines elektrischen Feldes ist allerdings das radialsymmetrische Feld, das von einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung erzeugt wird:

Feld einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung: Trägt eine Kugel eine Ladungsmenge q (felderzeugende Ladung), so misst man im Außenbereich ein elektrisches Feld, das dem *Coulomb-Gesetz* genügt:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$

Hier ist r der Abstand des Messpunktes vom Mittelpunkt der Ladungsverteilung, $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ ist die elektrische Feldkonstante.

Sofern die elektrische Spannung eine Rolle spielt, muss man die Überführungsarbeit im elektrischen Feld kennen, d.h., man bewegt in Gedanken eine Probeladung q von einem Abstand zu einem anderen Abstand. Die dabei geleistete Arbeit erlaubt die Bestimmung der Spannung zwischen zwei Punkten.

Arbeit und Spannung in Radialfeld: Um in einem *Coulomb-Feld* mit der felderzeugenden Ladung q eine Probeladung q_p vom Abstand r_1 zu einem Abstand r_2 zu bewegen, wird die elektrische Arbeit

$$W_{el} = \frac{q \cdot q_p}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_1} \right).$$

Auf Grund der Definition der elektrischen Spannung U ergibt sich hieraus:

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

In der Regel löst man sich in der Feldtheorie von konkreten Ladungen und Abständen - die Probeladung hat man ja bereits beim Übergang zur elektrischen Spannung eliminiert. Der Begriff des *Potentials* basiert auf der Vorstellung, dass man die elektrische Spannung nicht zwischen zwei beliebigen Punkten misst, sondern zwischen einem fixen Bezugspunkt und einem beliebigen Punkt. Im Falle des radialfeldes ist der Bezugspunkt das Unendliche.

Potential in Radialfeld: Das elektrische Potential im *Coulomb-Feld* mit der felderzeugenden Ladung q ist gegeben durch

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}.$$

daraus ergibt sich die elektrische Spannung U zwischen zwei Punkten:

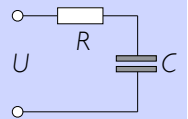
$$U = V(r_2) - V(r_1).$$

Diese Schreibweise erklärt den für die Spannung häufig verwendeten Begriff *Potentialdifferenz*.

Die Aufladung eines Kondensators erfolgt zwangsläufig nicht in beliebig kurzer Zeit; vielmehr fließt der Ladestrom in der Realität durch einen absichtlich eingebauten oder unvermeidlichen Widerstand R auf die Kondensatorplatten. Das daraus resultierende Timing für die Stromstärke $I(t)$ und die Spannung $U(t)$ am Kondensator werden im Folgenden analysiert.

Differentialgleichung der RC-Schaltung: Wir betrachten eine Reihenschaltung aus einem Widerstand R und einem Kondensator C . Beim Einschalten der Spannung U fließt ein zeitabhängiger Ladestrom $I(t)$, der der Differentialgleichung

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC} I(t)$$



genügt.

Diese Differentialgleichung löst man mit dem Ansatz $I(t) = I_0 e^{-kt}$, den man in die Differentialgleichung einsetzt. Mit Hilfe der Ableitungsregeln ($\frac{d}{dt} e^{-kt} = -k e^{-kt}$) zeigt man, dass folgende Gesetzmäßigkeit gilt:

Aufladung eines Kondensators C: Der zeitliche Verlauf des Ladestroms $I(t)$ des Kondensators wird beschrieben durch die Funktion

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Dabei ist I_0 die Anfangsstromstärke und $\tau = RC$ die Zeitkonstante.

Einheit: $[\tau] = 1\text{s}$

Da die Ladungsmenge und die Spannung $U(t)$ zueinander proportional sind, kann hieraus leicht die Spannung $U(t)$ am Kondensator berechnet werden:

Der zeitliche Verlauf der Spannung $U(t)$ des Kondensators wird beschrieben durch die Funktion

$$U(t) = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Dabei ist U die Ladespannung und $\tau = RC$ die Zeitkonstante.

Bei der Entladung des Kondensators ergeben sich analoge Gleichungen; es ist lediglich zu beachten, dass $U(t)$ gegen Null läuft, während bei der Aufladung die Spannung gegen die Ladespannung U „konvergiert“:

Entladung eines Kondensators C: Der zeitliche Verlauf des Entladestroms $I(t)$ des Kondensators wird beschrieben durch die Funktion

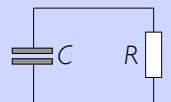
$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Dabei ist I_0 die Anfangsstromstärke und $\tau = RC$ die Zeitkonstante.

Für den Spannungsverlauf $U(t)$ bei der Entladung gilt

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Dabei ist U_0 die Anfangsspannung (vor der Entladung).



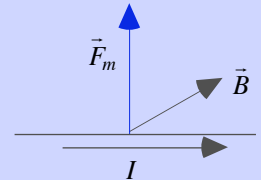
Ein wesentlicher Unterschied zwischen elektrischer und magnetischer Kraft (*Lorentzkraft*) ist die räumliche Orientierung von Feld und Kraft. Während bei elektrischen Feld die Richtung des Feldes identisch mit der der elektrischen Kraft definiert werden kann, muss beim Magnetfeld eine *Dreibeinkonstruktion* eingeführt werden.

Definition: In einem magnetischen Feld wirkt auf einen stromdurchflossenen Leiter mit der Stromstärke I , der senkrecht zu den magnetischen Feldlinien verläuft, eine Kraft F , die senkrecht zur Feldrichtung und zur Leiterrichtung gerichtet ist. Der Betrag B der magnetischen Flussdichte ist definiert durch

$$F_m = IB\ell.$$

Die Orientierung entspricht für die technische Stromrichtung der Rechte-Hand-Regel (UUV)

$$\text{Einheit: } [B] = 1 \frac{\text{N}}{\text{Am}} = 1 \text{T (Tesla)}.$$

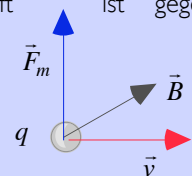


Überträgt man diese Definition auf einzelne bewegte Ladungsträger, so erhält man eine Beziehung, die die Kraft abhängig von der Geschwindigkeit des Ladungsträgers beschreibt:

Lorentzkraft auf bewegte Ladungen: In einem magnetischen Feld mit der Feldstärke B wirkt auf ein mit der Geschwindigkeit v bewegtes geladenes Teilchen mit der Ladung q , das sich senkrecht zu den magnetischen Feldlinien bewegt, eine Kraft F (Lorentzkraft), die senkrecht zur Feldrichtung und zur Geschwindigkeit gerichtet ist. Der Betrag der Kraft ist gegeben durch

$$F_m = qvB$$

Die Orientierung entspricht für positive Ladungen der Rechte-Hand-Regel (vBF)



Eine der wichtigsten Anwendungen magnetischer Felder ist die Ablenkung geladener Teilchen. Die beiden fundamentalen Fälle sind die kräftefreie Bewegung von Teilchen im Wien-Filter sowie die Bewegung auf einer Kreisbahn im reinen B-Feld, wie etwa im Fadenstrahlrohr.

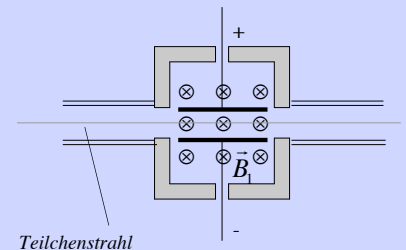
Anwendung: In einem *Wien-Filter* bewegt sich geladenes Teilchen in einer Überlagerung aus magnetischem Feld B und elektrischem Feld E . Die Feldstärkevektoren bilden mit der Geschwindigkeit der eintretenden Teilchen ein orthogonales Dreiein.

Ein geladenes Teilchen passiert das Filter in Transmission, wenn gilt:

$$F_{el} = F_m$$

$$qE = qBv \ .$$

$$v = \frac{E}{B} \ .$$



Bei der freien Bewegung geladener Teilchen auf einer Kreisbahn wirkt die magnetische Kraft als Zentripetalkraft:

Geladene Teilchen im Magnetfeld: Bewegt sich ein geladenes Teilchen mit der Ladungsmenge q in einem magnetischen Feld mit der Feldstärke B und ist dabei v senkrecht zu B , so bewegt sich das Teilchen auf einer exakten Kreisbahn. Da in diesem Fall die magnetische Kraft als Zentripetalkraft wirkt, gilt

$$F_m = F_z$$

$$qBv = \frac{mv^2}{r} \ .$$

Die Orientierung entspricht für positive Ladungen der Rechte-Hand-Regel (vBF).

Analog zur Auf- und Entladung eines Kondensators verhält sich eine RL-Reihenschaltung, allerdings ist hier die Stromstärke I die Größe, die am einfachsten zu beschreiben ist:

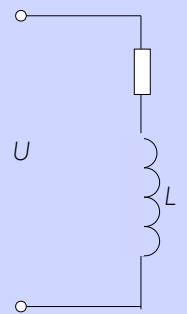
Differentialgleichung der RL-Schaltung: Wir betrachten eine Reihenschaltung aus einem Widerstand R und einer Spule L . Die Differentialgleichung der Schaltung ergibt sich aus der Bedingung, dass die Gesamtspannung gleich Null ist:

$$RI + L\dot{I} = 0.$$

Die Lösung dieser DGL, die man durch einen geeigneten Ansatz findet, beschreibt eine exponentielle Abnahme der Stromstärke:

$$U(t) = \hat{U} e^{-\frac{R}{L}t} = \hat{U} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Man bezeichnet $\tau = \frac{L}{R}$ auch als *Zeitkonstante* des RL-Kreises.



Kombiniert man Kondensator, Spule und Widerstand in Reihen- oder Parallelschaltung, so ergibt sich ein schwingungsfähiges System (Oszillator). Sofern der Ohmsche Widerstand nicht gleich Null ist, erzeugt dieses System gedämpfte Schwingungen.

Differentialgleichung der RCL-Schaltung: Wir betrachten eine Reihenschaltung aus einem Widerstand R , einer Spule L und einem Kondensator C . Die Differentialgleichung der Schaltung ergibt sich aus der Bedingung, dass die Gesamtspannung gleich Null ist:

$$RI + \frac{q}{C} + L\dot{I} = 0.$$

Durch einmaliges Ableiten folgt:

$$R\dot{I} + \frac{1}{C}I + L\ddot{I} = 0.$$

Die Lösung dieser DGL, die man durch einen geeigneten Ansatz findet, beschreibt eine gedämpfte Schwingung:

$$U(t) = \hat{U} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega t), \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Im Wesentlichen sind hier zwei Spezialfälle interessant:

Ungedämpfte Schwingung: Ist beim RCL-Schwingkreis der Ohmsche Widerstand gleich Null, so ergibt sich eine ungedämpfte Schwingung:

$$U(t) = \hat{U} \sin(\omega t), \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

(Thomsonsche Schwingungsformel).

Aperiodischer Grenzfall: Ist beim RCL-Schwingkreis der Ohmsche Widerstand so groß, dass sich gerade keine periodische Schwingung mehr einstellt, so spricht man von *aperiodischen Grenzfall*:

$$\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 0,$$

$$U(t) = \hat{U} e^{-\frac{R}{2L}t}.$$

Phänomen: Fällt Licht durch eine schmale Öffnung (Spalt, kleine Lochblende), so erkennt man charakteristische Hell-/Dunkel-Erscheinungen

Huygenssches Prinzip: Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt einer Elementarwelle, die sich in alle Raumrichtungen mit der gleichen Geschwindigkeit und Wellenlänge ausbreitet wie die ursprüngliche Welle.

Bemerkung: Das *Huygenssche Prinzip* ist im Grunde genommen ein rein hypothetisches Prinzip, da es direkt nicht experimentell nachweisbar ist. Erst die Beugung macht die Elementarwellen in Spezialfällen sichtbar; da im Falle breiter Wellenfronten sehr viele Elementarwellen miteinander interferieren und so außerhalb der Wellenfront nur Dunkelheit erzeugen.

Beugung: Wird eine Wellenfront quer zur Ausbreitungsrichtung auf die Breite einiger Wellenlängen eingeengt, so weitet sich die Welle hinter der Öffnung auf.

Eine Erklärung hierfür liefert das Huygenssche Prinzip: Hinter der schmalen Öffnung werden die Elementarwellen sichtbar; da ihre Zahl hinreichend klein ist.

Bemerkung: Ist die Breite der begrenzenden Öffnung kleiner als eine Wellenlänge, so erhält man annähernd raumfüllende Beugungserscheinungen.

Die Beugung erklärt zunächst nur, dass Licht aufgeweitet wird, wenn es auf eine schmale Öffnung fällt; tatsächlich aber beobachtet man Hell-/Dunkel-Erscheinungen, die durch Wechselwirkungen verschiedener Elementarwellen entstehen:

Interferenz: Die Erscheinung, dass sich zwei Wellen der gleichen Wellenlänge λ bei Überlagerung gegenseitig verstärken oder auslöschen können, wird als *Interferenz* bezeichnet.

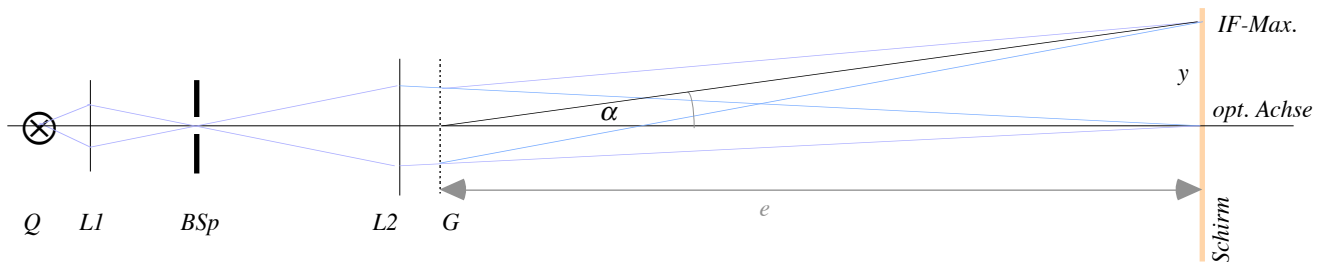
Ein Kriterium für die Art der Interferenz lässt sich leicht über den Gangunterschied zweier Wellen formulieren:

Überlagern sich zwei Wellen gleicher Wellenlänge, die von ihren Entstehungsorten die Strecken d_1 bzw. d_2 zurückgelegt haben, so nennt man den Wegunterschied $\delta = d_1 - d_2$ den Gangunterschied der Wellen.

Beträgt der Gangunterschied δ ein ganzzahliges Vielfaches einer Wellenlänge (also $\delta = k\lambda$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), so verstärken sich die Wellen maximal (konstruktive Interferenz), es entsteht ein Interferenzmaximum.

Beträgt der Gangunterschied δ ein halbzahliges Vielfaches einer Wellenlänge (also $\delta = k\lambda$, $k = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \dots$), so löschen sich die Wellen vollkommen aus (destruktive Interferenz), es entsteht ein Interferenzminimum.

Die einfachste Anordnung, Interferenz sichtbar und Wellenlängen messbar zu machen, ist die Interferenz am Doppelspalt oder - von den Ergebnissen her gleichwertig - am Mehrfachspalt (Gitter). Der Aufbau ist bei den klassischen Interferenzexperimenten stets ähnlich.



Interferenz am Gitter: Im Fernbereich (Abstand e) hinter einem Gitter mit dem Spaltabstand d ($e \gg d$) beobachtet man Interferenzmaxima unter einem Winkel α , der der Bedingung

$$\sin(\alpha) = \frac{k\lambda}{d}, k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

genügt ("kleine Optik").

Die Position y eines Maximums auf dem Beobachtungsschirm hängt mit dem Winkel und der Entfernung e vom Gitter über die Beziehung

$$\tan(\alpha) = \frac{y}{e}$$

zusammen ("große Optik"). Ist der Winkel klein ($\alpha \leq 6^\circ$), so ist in guter Näherung $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$.

Aus physikalischer Sicht ist die Interferenz am Einzelspalt schwieriger zu deuten. Sie wird verständlich durch die Idee, dass an jeder Stelle des Einzelspaltess Elementarwellen entstehen, die sich am Beobachtungsort überlagern. Mit den Bezeichnungen von oben ergibt sich als Bedingung für die Lage der Interferenzminima am Einzelspalt:

Interferenz am Einzelspalt: Im Fernbereich (Abstand e) hinter einem Einzelspalt mit der Spaltbreite b ($e \gg b$) beobachtet man Interferenzminima unter einem Winkel α , der der Bedingung

$$\sin(\alpha) = \frac{k\lambda}{b}, k = \pm 1, \pm 2 \dots$$

genügt. Die Position y eines Maximums auf dem Beobachtungsschirm hängt mit dem Winkel und der Entfernung e vom Einzelspalt über die Beziehung

$$\tan(\alpha) = \frac{y}{e}$$

zusammen ("große Optik"). Ist der Winkel klein ($\alpha \leq 6^\circ$), so ist in guter Näherung $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$.

In Abwandlung davon kann man auch in Reflexion Interferenz beobachten. Man unterscheidet sprachlich Interferenz in *Transmission* von Interferenz in *Reflexion*.

Die Maxima bei der Interferenz am Gitter sind deshalb so scharf begrenzt, weil zwischen den Nebenmaxima zahlreiche Zwischenminima und nur extrem schwache Zwischenmaxima erkennbar sind. Deren Zahl hängt von der Zahl der beleuchteten Spalte ab. Will man also zwei eng benachbarte Spektrallinien unterscheiden, so benötigt man ein Gitter mit hinreichend vielen Spalten..

Spektrales Auflösungsvermögen am Gitter: Erzeugt man eine Interferenz am Gitter mit N beleuchteten Spalten, so kann man zwei Spektrallinien der Wellenlängen λ und $\lambda + \Delta\lambda$ in k -ter Ordnung voneinander unterscheiden, wenn gilt:

$$\Delta\lambda \geq \frac{\lambda}{2k(N-1)}.$$

Man bezeichnet diese mindestens benötigte Wellenlängendifferenz auch das *absolute spektrale Auflösungsvermögen* des Gitters.

Bei der Herleitung dieser Beziehung wird vorausgesetzt, dass tatsächlich alle Elementarwellen auch interferenzfähig sind; das ist aber im Allgemeinen gar nicht der Fall, da Licht nur aus endlich langen „Wellenzügen“ besteht. Die Länge dieser Wellenzüge hängt im Wesentlichen von der Art der Erzeugung des Lichts ab.

Kohärenzlänge: Die mittlere Länge eines Wellenzuges einer Lichtquelle nennt man die *Kohärenzlänge* des Lichts. Sie wird in der Regel in Vielfachen der Wellenlänge angegeben.

Phänomen: Fällt Licht durch eine schmale Öffnung (Spalt, kleine Lochblende), so erkennt man charakteristische Hell-/Dunkel-Erscheinungen

Huygenssches Prinzip: Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt einer *Elementarwelle*, die sich in alle Raumrichtungen mit der gleichen Geschwindigkeit und Wellenlänge ausbreitet wie die ursprüngliche Welle.

Bemerkung: Das *Huygenssche Prinzip* ist im Grunde genommen ein rein hypothetisches Prinzip, da es direkt nicht experimentell nachweisbar ist. Erst die Beugung macht die Elementarwellen in Spezialfällen sichtbar; da im Falle breiter Wellenfronten sehr viele Elementarwellen miteinander interferieren und so außerhalb der Wellenfront nur Dunkelheit erzeugen.

Beugung: Wird eine Wellenfront quer zur Ausbreitungsrichtung auf die Breite einiger Wellenlängen eingeeengt, so weitet sich die Welle hinter der Öffnung auf.

Eine Erklärung hierfür liefert das *Huygenssche Prinzip*: Hinter der schmalen Öffnung werden die Elementarwellen sichtbar; da ihre Zahl hinreichend klein ist.

Bemerkung: Ist die Breite der begrenzenden Öffnung kleiner als eine Wellenlänge, so erhält man annähernd raumfüllende Beugungserscheinungen.

Die Beugung erklärt zunächst nur, dass Licht aufgeweitet wird, wenn es auf eine schmale Öffnung fällt; tatsächlich aber beobachtet man Hell-/Dunkel-Erscheinungen, die durch Wechselwirkungen verschiedener Elementarwellen entstehen:

Interferenz: Die Erscheinung, dass sich zwei Wellen der gleichen Wellenlänge λ bei Überlagerung gegenseitig verstärken oder auslöschen können, wird als *Interferenz* bezeichnet.

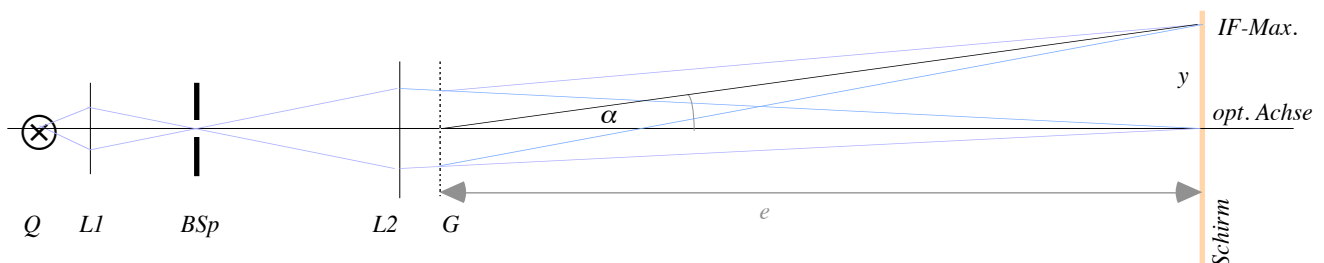
Ein Kriterium für die Art der Interferenz lässt sich leicht über den Gangunterschied zweier Wellen formulieren:

Überlagern sich zwei Wellen gleicher Wellenlänge, die von ihren Entstehungsorten die Strecken d_1 bzw. d_2 zurückgelegt haben, so nennt man den Wegunterschied $\delta = d_1 - d_2$ den Gangunterschied der Wellen.

Beträgt der Gangunterschied δ ein ganzzahliges Vielfaches einer Wellenlänge (also $\delta = k\lambda$, $k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$), so verstärken sich die Wellen maximal (konstruktive Interferenz), es entsteht ein Interferenzmaximum.

Beträgt der Gangunterschied δ ein halbzahliges Vielfaches einer Wellenlänge (also $\delta = k\lambda$, $k = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2} \dots$), so löschen sich die Wellen vollkommen aus (destruktive Interferenz), es entsteht ein Interferenzminimum.

Die einfachste Anordnung, Interferenz sichtbar und Wellenlängen messbar zu machen, ist die Interferenz am Doppelspalt oder - von den Ergebnissen her gleichwertig - am Mehrfachspalt (Gitter). Der Aufbau ist bei den klassischen Interferenzexperimenten stets ähnlich.



Die Interferenz kann ebenso als virtuelles Bild im Durchsichtverfahren betrachtet werden. Dieses Verfahren hat den Vorteil, dass auch lichtschwächere Spektrallinien gut beobachtet werden können.

Interferenz am Gitter: Im Fernbereich (Abstand e) hinter einem Gitter mit dem Spaltabstand d ($e \gg d$) beobachtet man Interferenzmaxima unter einem Winkel α , der der Bedingung

$$\sin(\alpha) = \frac{k\lambda}{d}, k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

genügt („kleine Optik“).

Die Position y eines Maximums auf dem Beobachtungsschirm hängt mit dem Winkel und der Entfernung e vom Gitter über die Beziehung

$$\tan(\alpha) = \frac{y}{e}$$

zusammen („große Optik“). Ist der Winkel klein ($\alpha \leq 6^\circ$), so ist in guter Näherung $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$.

Aus physikalischer Sicht ist die Interferenz am Einzelspalt schwieriger zu deuten. Sie wird verständlich durch die Idee, dass an jeder Stelle des Einzelspaltess Elementarwellen entstehen, die sich am Beobachtungsort überlagern. Mit den Bezeichnungen von oben ergibt sich als Bedingung für die Lage der Interferenzminima am Einzelspalt:

Interferenz am Einzelspalt: Im Fernbereich (Abstand e) hinter einem Einzelspalt mit der Spaltbreite b ($e \gg b$) beobachtet man Interferenzminima unter einem Winkel α , der der Bedingung

$$\sin(\alpha) = \frac{k\lambda}{b}, k = \pm 1, \pm 2 \dots$$

genügt. Die Position y eines Maximums auf dem Beobachtungsschirm hängt mit dem Winkel und der Entfernung e vom Einzelspalt über die Beziehung

$$\tan(\alpha) = \frac{y}{e}$$

zusammen („große Optik“). Ist der Winkel klein ($\alpha \leq 6^\circ$), so ist in guter Näherung $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$.

In Abwandlung davon kann man auch in Reflexion Interferenz beobachten. Man unterscheidet sprachlich Interferenz in *Transmission* von Interferenz in *Reflexion*.

Die Maxima bei der Interferenz am Gitter sind deshalb so scharf begrenzt, weil zwischen den Nebenmaxima zahlreiche Zwischenminima und nur extrem schwache Zwischenmaxima erkennbar sind. Deren Zahl hängt von der Zahl der beleuchteten Spalte ab. Will man also zwei eng benachbarte Spektrallinien unterscheiden, so benötigt man ein Gitter mit hinreichend vielen Spalten.

Spektrales Auflösungsvermögen am Gitter: Erzeugt man eine Interferenz am Gitter mit N beleuchteten Spalten, so kann man zwei Spektrallinien der Wellenlängen λ und $\lambda + \Delta\lambda$ in k -ter Ordnung voneinander unterscheiden, wenn gilt:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \geq \frac{2}{n(N-1)}$$

Man bezeichnet diese mindestens benötigte Wellenlängendifferenz auch das *absolute spektrale Auflösungsvermögen* des Gitters.

Bei der Herleitung dieser Beziehung wird vorausgesetzt, dass tatsächlich alle Elementarwellen auch interferenzfähig sind; das ist aber im Allgemeinen gar nicht der Fall, da Licht nur aus endlich langen „Wellenzügen“ besteht. Die Länge dieser Wellenzüge hängt im Wesentlichen von der Art der Erzeugung des Lichts ab.

Die Zeicheneinheiten - also die Länge der 'Zeichenticks' - ist wegen der Zeitdilatation in beiden System verschieden.

Relativitätstheorie II - Längenkontraktion, Geschwindigkeitsaddition, Massenzunahme

Das elementare relativistische Phänomen ist die Zeitdilatation, die unmittelbar aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit resultiert. Daraus leiten sich mit Hilfe des Minkowski-Diagramms weitere Phänomene ab:

Relativistische Längenkontraktion: Ein relativ zum Beobachter mit der Geschwindigkeit β bewegter Körper wird in Bewegungsrichtung verkürzt (kontrahiert). Ist ℓ' die Länge, die ein mitbewegter Beobachter misst, so misst der außen stehende Beobachter-

$$\ell = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \ell' = \sqrt{1 - \beta^2} \ell'$$

Relativistische Geschwindigkeitsaddition: Bewegt sich ein Bezugssystem S mit der Geschwindigkeit β und misst ein Beobachter in diesem bewegten System eine Geschwindigkeit β' , so misst der ruhende Beobachter die Geschwindigkeit

$$\beta'' = \frac{\beta + \beta'}{1 + \beta\beta'}$$

(relativistische Geschwindigkeitsaddition).

Beide Gesetze sind unmittelbare Konsequenzen aus der relativistischen Zeitdilatation. Die wohl am wenigsten erwartete Konsequenz ist jedoch die relativistische Massenzunahme:

Relativistische Massenzunahme: Bewegt sich ein Körper mit der Ruhemasse m mit der Geschwindigkeit β , so misst ein Beobachter im Laborsystem die bewegte Masse

$$m' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} m$$

Insbesondere geht für $\beta \rightarrow 1$ ($v \rightarrow c$) die bewegte Masse gegen Unendlich.

Vergleicht man die relativistische Massenzunahme mit der kinetischen Energie der klassischen Mechanik, so stellt man leicht fest, dass die kinetische Energie die Massenzunahme bewirkt. Einstein postulierte aus dieser Erkenntnis die Energie-Masse-Äquivalenz:

Energie und Energie-Masse-Äquivalenz: Jeder massive Körper besitzt eine Ruheenergie, die äquivalent zu seiner Masse ist. Bewegt sich der Körper, so nimmt seine Gesamtenergie um die kinetische Energie zu. Die Ruheenergie ist gegeben durch

$$E_0 = m_0 c^2$$

seine Gesamtenergie durch

$$E = mc^2$$

mit der bewegten Masse m . Demnach ist die kinetische Energie gegeben durch

$$E_{kin} = mc^2 - m_0 c^2$$

Beobachtet man entfernte Sterne, so stellt man fest, dass das abgestrahlte Licht *rotverschoben* ist. Der Grund hierfür ist der *optische Doppler-Effekt*, der durch die schnelle Relativbewegung der Sterne zur Erde entsteht.

Optischer Doppler-Effekt: Bewegt sich ein System S' relativ zum Beobachter mit der Geschwindigkeit β und emittiert das System periodische Signale im Abstand T' , so misst der ruhende Beobachter einen veränderten Abstand

$$T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} T'.$$

Für Wellenlängen gilt entsprechend:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \lambda'$$

Relativitätstheorie II - Längenkontraktion, Geschwindigkeitsaddition, Massenzunahme

Das elementare relativistische Phänomen ist die Zeitdilatation, die unmittelbar aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit resultiert. Daraus leiten sich mit Hilfe des Minkowski-Diagramms weitere Phänomene ab:

Relativistische Längenkontraktion: Ein relativ zum Beobachter mit der Geschwindigkeit β bewegter Körper wird in Bewegungsrichtung verkürzt (kontrahiert). Ist ℓ' die Länge, die ein mitbewegter Beobachter misst, so misst der außen stehende Beobachter

$$\ell = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \ell' = \sqrt{1 - \beta^2} \ell'$$

Relativistische Geschwindigkeitsaddition: Bewegt sich ein Bezugssystem S mit der Geschwindigkeit β und misst ein Beobachter in diesem bewegten System eine Geschwindigkeit β' , so misst der ruhende Beobachter die Geschwindigkeit

$$\beta'' = \frac{\beta + \beta'}{1 + \beta\beta'}$$

(relativistische Geschwindigkeitsaddition).

Beide Gesetze sind unmittelbare Konsequenzen aus der relativistischen Zeitdilatation. Die wohl am wenigsten erwartete Konsequenz ist jedoch die relativistische Massenzunahme:

Relativistische Massenzunahme: Bewegt sich ein Körper mit der Ruhemasse m mit der Geschwindigkeit β , so misst ein Beobachter im Laborsystem die bewegte Masse

$$m' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} m$$

Insbesondere geht für $\beta \rightarrow 1$ ($v \rightarrow c$) die bewegte Masse gegen Unendlich.

Vergleicht man die relativistische Massenzunahme mit der kinetischen Energie der klassischen Mechanik, so stellt man leicht fest, dass die kinetische Energie die Massenzunahme bewirkt. Einstein postulierte aus dieser Erkenntnis die Energie-Masse-Äquivalenz:

Energie und Energie-Masse-Äquivalenz: Jeder massive Körper besitzt eine Ruheenergie, die äquivalent zu seiner Masse ist. Bewegt sich der Körper, so nimmt seine Gesamtenergie um die kinetische Energie zu. Die Ruheenergie ist gegeben durch

$$E_0 = m_0 c^2$$

seine Gesamtenergie durch

$$E = mc^2$$

mit der bewegten Masse m . Demnach ist die kinetische Energie gegeben durch

$$E_{kin} = mc^2 - m_0 c^2$$

Relativitätstheorie III - Impuls und Energie, optischer Doppler-Effekt

Beobachtet man entfernte Sterne, so stellt man fest, dass das abgestrahlte Licht *rotverschoben* ist. Der Grund hierfür ist der *optische Doppler-Effekt*, der durch die schnelle Relativbewegung der Sterne zur Erde entsteht.

Optischer Doppler-Effekt: Bewegt sich ein System S' relativ zum Beobachter mit der Geschwindigkeit β und emittiert das System periodische Signale im Abstand T' , so misst der ruhende Beobachter einen veränderten Abstand

$$T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} T'.$$

Für Wellenlängen gilt entsprechend:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \lambda'$$

In der Quantenphysik ist es besonders wichtig, Phänomene mit elementaren Experimenten verknüpfen zu können. Das grundlegende Experiment der Quantenphysik ist die Entdeckung der quantenhaften Absorption von Licht beim Photoeffekt. Mit Hilfe der Gegenstrommethode zeigt man, dass die Photoelektronen, die aus einer Metallplatte herausgelöst werden, eine maximale Energie aufweisen, die von der Wellenlänge des absorbierten Lichts abhängt. Dies führt zum Modell des Lichtquants.

Quantenhafte Absorption von Licht (Photoeffekt, Einstein): Licht transportiert Energie in Quanten der Größe

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}.$$

Es ist $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ das Plancksche Wirkungsquantum..

Deutet man diese Beziehung vorsichtig, so muss man noch nicht zwingend vom Teilchencharakter des Lichts reden - lediglich die Energieübertragung ist ähnlich wie bei Teilchen auf die Übertragung einer maximalen Energie pro Stoß begrenzt..

Vorsicht: Die o.a. Beziehung gilt nur für Teilchen ohne Ruhemasse!

Wenn Photonen sowohl Teilchen- als auch Welleneigenschaften aufweisen, könnten auch andere Teilchen (z.B. auch solche mit Ruhemasse) Welleneigenschaften ausweisen. Tatsächlich weist man mit Hilfe der Bragg-Reflexion Elektronenstrahlinterferenzen nach, so wie es *Louis deBroglie* bereits sehr früh nach der Interpretation des Photoeffekt durch Einstein vermutete.

deBroglie-Wellenlänge: Jeder Körper zeigt Welleneigenschaften, deren Natur in der Kopenhagener Deutung der Quantenphysik erklärt wird. Die Wellenlänge hängt nur vom Impuls p durch

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Es ist $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ das Plancksche Wirkungsquantum.

Während Einstein die quantenhafte Energieübertragung nachwies, hat deBroglie also im Gegenzug gezeigt, dass alle Materie auch Welleneigenschaften aufweist.

In der Quantenphysik ist es besonders wichtig, Phänomene mit elementaren Experimenten verknüpfen zu können. Das grundlegende Experiment der Quantenphysik ist die Entdeckung der quantenhaften Absorption von Licht beim Photoeffekt. Mit Hilfe der Gegenstrommethode zeigt man, dass die Photoelektronen, die aus einer Metallplatte herausgelöst werden, eine maximale Energie aufweisen, die von der Wellenlänge des absorbierten Lichts abhängt. Dies führt zum Modell des Lichtquants.

Quantenhafte Absorption von Licht (Photoeffekt, Einstein): Licht transportiert Energie in Quanten der Größe

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}.$$

Es ist $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ das Plancksche Wirkungsquantum..

Deutet man diese Beziehung vorsichtig, so muss man noch nicht zwingend vom Teilchencharakter des Lichts reden - lediglich die Energieübertragung ist ähnlich wie bei Teilchen auf die Übertragung einer maximalen Energie pro Stoß begrenzt..

Vorsicht: Die o.a. Beziehung gilt nur für Teilchen ohne Ruhemasse!

Wenn Photonen sowohl Teilchen- als auch Welleneigenschaften aufweisen, könnten auch andere Teilchen (z.B. auch solche mit Ruhemasse) Welleneigenschaften ausweisen. Tatsächlich weist man mit Hilfe der Bragg-Reflexion Elektronenstrahlinterferenzen nach, so wie es *Louis deBroglie* bereits sehr früh nach der Interpretation des Photoeffekt durch Einstein vermutete.

deBroglie-Wellenlänge: Jeder Körper zeigt Welleneigenschaften, deren Natur in der Kopenhagener Deutung der Quantenphysik erklärt wird. Die Wellenlänge hängt nur vom Impuls p durch

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Es ist $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ das Plancksche Wirkungsquantum.

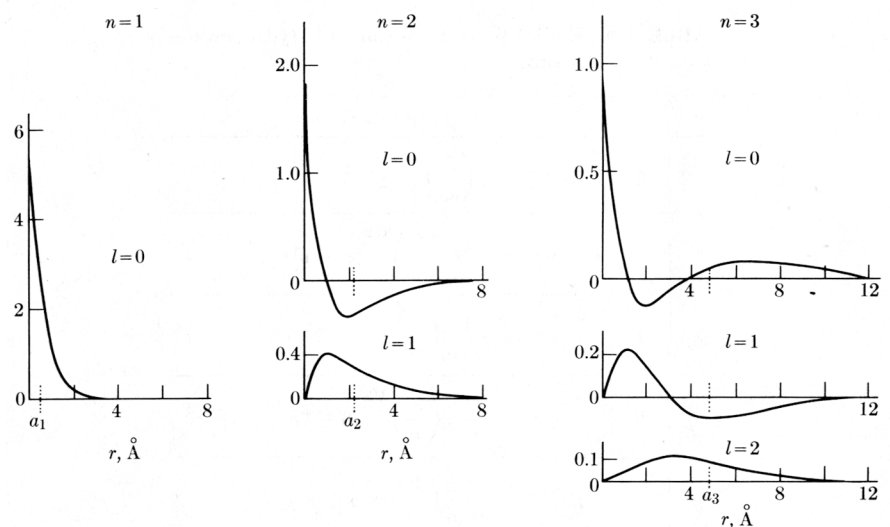
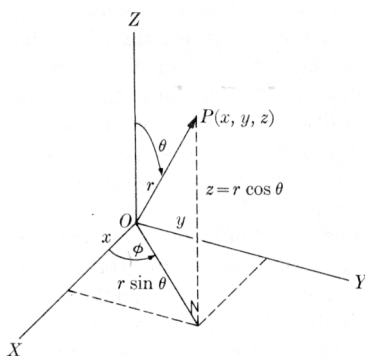
Während Einstein die quantenhafte Energieübertragung nachwies, hat deBroglie also im Gegenzug gezeigt, dass alle Materie auch Welleneigenschaften aufweist. Allerdings fehlt dem Photon bis dahin eine wesentliche Eigenschaft, die für Teilchen typisch ist: der Impuls - und damit auch eine Masse, die in Wechselwirkungsprozessen äquivalent zu der Masse, wie sie von „massiven“ Teilchen im klassischen Sinne bekannt ist, wirkt. Diese Eigenschaft hat *Arthur H. Compton* nachgewiesen, indem er die Wellenlängenzunahme von Photonen bei Streuung an freien Elektronen experimentell bestätigen konnte.

Compton-Effekt: Wird ein Photon der Wellenlänge λ an einem freien Elektron im Winkel ϑ gestreut, so vergrößert sich seine Wellenlänge. Für die Differenz der Wellenlänge nach der Streuung λ' und der des eingestrahlten Photons gilt:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\vartheta)).$$

Damit kann man uneingeschränkt über den Impuls eines Photons reden, d.h., deBroglies Gesetz ist ebenfalls zur Berechnung des Impulses von Teilchen ohne Ruhemasse anwendbar, und dieser Impuls hat die gleiche Bedeutung wie der in der Mechanik.

Quantenzahlen			Eigenfunktionen $\psi_{n\ell m}(r, \vartheta, \varphi)$
n	ℓ	m	
1	0	0	$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}$
2	0	0	$\psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \left(2 - \frac{Zr}{a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}$
2	1	0	$\psi_{210} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/2a_0} \cos \vartheta$
2	1	± 1	$\psi_{21\pm 1} = \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/2a_0} \sin \vartheta e^{\pm i\varphi}$
3	0	0	$\psi_{300} = \frac{1}{81\sqrt{3}\pi} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \left(27 - 18\frac{Zr}{a_0} + 2\frac{Z^2 r^2}{a_0^2}\right) e^{-Zr/3a_0}$
3	1	0	$\psi_{310} = \frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \left(6 - \frac{Zr}{a_0}\right) \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/3a_0} \cos \vartheta$
3	1	± 1	$\psi_{31\pm 1} = \frac{1}{81\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \left(6 - \frac{Zr}{a_0}\right) \frac{Zr}{a_0} e^{-Zr/3a_0} \sin \vartheta e^{\pm i\varphi}$
3	2	0	$\psi_{320} = \frac{1}{81\sqrt{6}\pi} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \frac{Z^2 r^2}{a_0^2} e^{-Zr/3a_0} (3 \cos^2 \vartheta - 1)$
3	2	± 1	$\psi_{32\pm 1} = \frac{1}{81\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \frac{Z^2 r^2}{a_0^2} e^{-Zr/3a_0} \sin \vartheta \cos \vartheta e^{\pm i\varphi}$
3	2	± 2	$\psi_{32\pm 2} = \frac{1}{162\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} \frac{Z^2 r^2}{a_0^2} e^{-Zr/3a_0} \sin^2 \vartheta e^{\pm 2i\varphi}$



Radial wave functions of hydrogen for $n = 1, 2$, and 3 . The ordinate of the curves in each case is $[R_{nl}(r) \text{ m}^{-3/2}] \times 10^{-8}$.

Ein sehr instruktives Modell für ein Elektronensystem, in dem die Wellenfunktion der Elektronen ohne großen Aufwand bestimmt werden kann, ist das Modell des linearen Potentialtopfes. Ein linearer Potentialtopf ist ein Raumbereich, in dem sich die Elektronen ungestört bewegen können, während sie in die begrenzenden Wände nicht eindringen können. Abhängig von der Art der Wände spricht man von einem unendlich tiefen oder endlich tiefen Potentialtopf.

Wellenfunktionen des Elektrons im unendlich tiefen Potentialtopf (E. Schrödinger) Ein Elektron im linearen Potentialtopf wird durch eine Wellenfunktion $\psi(x)$ beschrieben, die auf den Wänden den Wert Null aufweist (keine Aufenthaltswahrscheinlichkeit auf den undurchdringlichen Wänden) und im Innern eine konstante Wellenlänge aufweist. Die Wellenlänge im Innern eines unendlich tiefen Potentialtopfes der Länge a genügt der Gleichung

$$\lambda = \frac{2a}{n}, n = 1, 2, 3, \dots$$

Die natürliche Zahl n wird als Quantenzahl bezeichnet. Nach deBroglie folgt für den Impuls des Elektrons

$$p = \frac{h}{2a} n,$$

woraus sich nichtrelativistisch die Energie

$$E_{kin} = \frac{h^2}{8m_e a^2} n^2.$$

ergibt. $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ist das *Plancksche Wirkungsquantum*.

Physikalische Interpretation der Wellenfunktion nach Schrödinger: Die Wellenfunktion $\psi(x)$ hat keine unmittelbare physikalische Relevanz. Das *Betragsquadrat* $|\psi(x)|^2$ der Wellenfunktion ist jedoch die *Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte* eines quantenmechanischen Teilchens. Genauer: Die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen in einem kleinen Intervall $[x; x + dx]$ zu finden, ist

$$dp([x; x + dx]) = |\psi(x)|^2 \cdot dx.$$

Die empirische Grundlage für die Theorie idealer Gase bilden die Gasgleichungen von Boyle-Mariotte und Gay-Lussac bzw. Amontons. Ihre Modelle werden in der Universellen Gasgleichung für ideale Gase zusammengefasst:

Universelle Gasgleichung (UGG): Die Zustandsgrößen Druck p , Temperatur T und Volumen V in einem idealen Gas erfüllen die Zustandsgleichung

$$\frac{pV}{T} = Nk,$$

wobei N die Zahl der Gasteilchen und $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ die Boltzmann-Konstante ist.

Alternativ kann man die UGG auch mit der Stoffmenge ν ausdrücken. Dann lautet sie

$$\frac{pV}{T} = \nu R$$

mit der *Universellen Gaskonstante* $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$.

Bemerkung: Die Gültigkeit dieser Gleichung definiert gleichzeitig die Eigenschaft „ideales Gas“.

Deutet man die Zustandsgleichung molekular-kinetisch, so sind folgende Annahmen für ein ideales Gas sinnvoll:

- die Gasteilchen haben eine (im Vergleich zu ihrem Abstand voneinander) vernachlässigbare Ausdehnung und haben einheitliche Masse m ;
- die Gasteilchen haben im Mittel eine kinetische Energie, die temperaturabhängig ist, zudem ist die thermische Bewegung völlig regellos räumlich verteilt (isotrope Geschwindigkeitsverteilung)
- der Gasdruck entsteht durch elastische Reflexion von Teilchen, also durch Energieaustausch.

Freiheitsgrade von Gasmolekülen: Unter einem *Freiheitsgrad* eines Gasmoleküls versteht man eine lineare Raumrichtung oder eine Drehachse, also eine verallgemeinerte Richtung, die kinetische Energie aufnehmen kann. Demnach haben...

... einatomige Gase (z.B. H , He , O) drei,
 zweiatomige Gase (z.B. H_2 , O_2) fünf und
 mehratomige Gase sechs
 Freiheitsgrade.

Die molekular-kinetische Deutung der Universellen Gasgleichung beruht auf der gut abgesicherten Annahme, dass die mittlere kinetische Energie der Gasteilchen bei einer großen Zahl von Teilchen gleichmäßig über alle Freiheitsgrade verteilt ist:

Mittlere kinetische Energie: Die mittlere kinetische Energie eines Gasmoleküls mit n Freiheitsgraden beträgt

$$\bar{E} = \frac{n}{2} kT$$

mit $k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ (Boltzmann-Konstante).

Ein wesentlicher Aspekt der Thermodynamik ist die Untersuchung von *Zustandsänderungen* idealer Gase, also Veränderungen des Volumens, des Drucks oder Temperatur, oder Kombinationen davon. Die Universelle Gasgleichung zusammen mit der molekularkinetischen Deutung bilden das theoretische Gerüst hierzu.

Isochore Zustandsänderung idealer Gase: Bei einer *isochoren* Zustandsänderung (konstantes Volumen) eines idealen Gases folgt aus der Universellen Gasgleichung

$$\frac{p}{T} = \text{const} .$$

Bei einem Gas mit mit n Freiheitsgraden beträgt die zugeführte Energie

$$\Delta E = \Delta Q = \frac{n}{2} Nk\Delta T ,$$

Isobare Zustandsänderung idealer Gase: Bei einer *isobaren* Zustandsänderung (konstanter Druck) eines idealen Gases folgt aus der Universellen Gasgleichung

$$\frac{V}{T} = \text{const} .$$

Bei einem Gas mit mit n Freiheitsgraden beträgt die zugeführte Energie

$$\Delta E = \Delta Q + \Delta W_{\text{mech}} = \frac{n+2}{2} Nk\Delta T .$$

Isotherme Zustandsänderung idealer Gase: Bei einer *isothermen* Zustandsänderung (konstante Temperatur) eines idealen Gases folgt aus der Universellen Gasgleichung

$$p \cdot V = \text{const} .$$

Unabhängig von der Zahl der Freiheitsgrade beträgt die zugeführte Energie

$$\Delta E = \Delta W_{\text{mech}} = p_0 V_0 \ln \left(\frac{V_1}{V_0} \right) .$$

Adiabatische Zustandsänderung idealer Gase: Bei einer *adiabatischen* Zustandsänderung (kein Energieaustausch mit der Umgebung) eines idealen Gases gilt

$$pV^\kappa = \text{const} \text{ mit } \kappa = 1 + \frac{2}{n} .$$

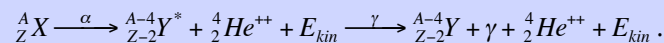
Da kein Energieaustausch mit der Umgebung stattfindet ($\Delta E = 0$), folgt:

$$\Delta Q = -\Delta W_{\text{mech}} = -\frac{p_1 V_1}{\kappa - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} \right) .$$

Ende des 19. Jahrhunderts entdeckte man, dass von bestimmten Stoffen eine Strahlung ausgeht, die eine ionisierende Wirkung auf Gase ausübt und zudem eine starke Durchdringungsfähigkeit ausweist. Mit Hilfe von Ablenkungs- und Absorptionsexperimenten können drei Arten von Strahlung unterschieden werden:

α -Strahlung: Die sehr stark ionisierende, kurzreichweitige Komponente der radioaktiven Strahlung wird als α -Strahlung bezeichnet. α -Strahlung besteht aus zweifach positiv geladenen Teilchen der Ruhemasse $4u$ (u ist die atomare Masseneinheit). Diese Teilchen sind vollständig ionisierte Helium-Kerne ($\alpha = {}^4_2\text{He}^{++}$).

Beim α -Zerfall findet folgender Zerfall statt (einschließlich nachfolgender γ -Abregung, s.u.):

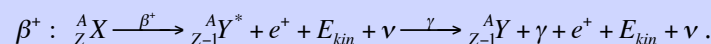
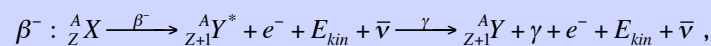


Typische α -Strahler sind Atomkerne mit großen Massenzahlen, von denen es keine stabilen Nuklide gibt.

Typische α -Energien liegen im Bereich einiger MeV. Die Reichweite von α -Strahlung beträgt in Luft einige mm bis cm, in Festkörpern einige μm .

β -Strahlung: Die mäßig ionisierende Komponente der radioaktiven Strahlung wird als β -Strahlung bezeichnet. β -Strahlung besteht aus einfach positiv (β^+) oder negativ (β^-) geladenen Teilchen der Ruhemasse (m_e ist die Elektronenmasse). Diese Teilchen sind Elektronen oder deren Antiteilchen, Positronen.

Beim β -Zerfall findet folgender Zerfall statt (einschließlich nachfolgender γ -Abregung, s.u.):



Typische β -Energien liegen im Bereich einiger hundert keV. Die Reichweite von β -Strahlung beträgt in Luft einige 10 cm, in Festkörpern einige cm.

Betastrahler sind häufig (aber nicht nur) leichte bis mittelschwere Kerne, die einen deutlichen Überschuss oder Mangel an Neutronen aufweisen. Selbst das freie Neutron ist ein β -Strahler.

Als Begleiterscheinung der beiden Strahlungsarten beobachtet man bei bis auf wenige Ausnahmen allen Kernen die Emission hochenergetischer Photonen, auch als γ -Quanten bezeichnet. Einer der wenigen Vertreter, die keine γ -Strahlung emittieren, ist das Strontium 90 (${}^{90}\text{Sr}$).

γ -Strahlung: Die schwach ionisierende, sehr durchdringungsfähige Komponente der radioaktiven Strahlung wird als γ -Strahlung bezeichnet. γ -Strahlung besteht aus Photonen (hier auch γ -Quanten genannt). γ -Strahlung ist eine Begleiterscheinung der anderen Strahlenarten, die bei der auf den primären Zerfall folgenden Abregung des Tochterkerns entsteht (siehe α , β -Strahlung).

Typische γ -Energien liegen im Bereich einiger keV bis MeV. Die Reichweite von γ -Strahlung beträgt in Luft einige Meter, in Festkörpern einige cm bis dm. Die Absorption erfolgt überwiegend durch Photoeffekt, dabei wird die Energie des γ -Quants vollständig abgegeben. In der Nuklidkarte wird die γ -Energie beim Mutterkern angegeben, wenngleich sie nach dem primären Zerfall aus dem Tochterkern emittiert wird!